

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

ZW 1958 - 017

Brief aan Prof.dr. W.T. Koiter

7 november 1958



1958

7 november 1958
Intern rapport ZW 1958-017

De Hooggeleerde Heer
Prof. Dr W.T. Koiter,
Rotterdamse weg 131,
Delft.

AHML/FF

Beste Koiter,

V in
—1 bevat
Volgens afspraak heb ik je artikel op zaterdag 25 oktober aangeboden voor de Proceedings. Het kopie-exemplaar heb ik meegenomen ter bestudering. De heer Levelt heeft het stuk gelezen en had evenmin als ik enig bezwaar tegen de paragrafen 1 tot en met 4. Een kleine uitzondering maakt hij voor de laatste alinea op bladzijde 7, waar de formules (8) en (9) worden toegepast. Het betreft hier echter een toepassing op een geval, waarbij de Höltereigenschap niet is verondersteld, zodat het strikt genomen niet mogelijk is om (8) en (9) toe te passen, daar die formules dan niet gelden. Nu is het voorafgaande wel iets betoogd over de kwestie dat in dat geval de "verschilformule" wel blijft gelden, en die is het die in feite wordt toegepast. Met een kleine verwijzing naar die plaats in de tekst en een kleine wijziging in de formulering is die zaak dus wel in orde.

Een ernstiger moeilijkheid kent par. 5. De quintessens van de zaak schuilt in het begrip uniforme convergentie, dat o.i. niet geheel juist wordt gehanteerd. Bij formule (23) is de argumentatie niet duidelijk. Wat wel duidelijk is, is dat als z in S_ϵ ligt en t op of binnen L_ϵ , dat daar steeds $|z-t|$ -periode $\geq \epsilon r$ is, hetgeen in elk geval over dat gehele gebied uitsprekt wat in het manuscript wordt uitgesproken voor een cirkel om het punt z met straal $r(1+\epsilon)$, namelijk dat $\zeta(z-t)$ niet singulier kan worden. Maar noch in het ene noch in het andere geval volgt daaruit o.i. onmiddellijk de uniforme convergentie in het variabelenpaar (z, t) . Wel volgt onmiddellijk dat (23), zijnde de Taylorreeks om het punt z , bij vaste z uniform convergent is in de variabele t als deze laatste variabele zich beperkt tot de gesloten cirkelschijf om 0 met rand L_ϵ . Wij twijfelen niet of het eindresultaat is bij (23) wel in orde maar er moet toch een andere redenering gevolgd worden.

Uit het bovenstaande volgt dat in elk geval formule (24) voor iedere vaste $z \in S_{\varepsilon+}$ nog juist is. Voorlopig hangt de bewering dat de reeksontwikkeling (24) uniform in z geldt op $S_{\varepsilon+}$ natuurlijk nog in de lucht, zolang hetzelfde nog niet bewezen is voor (23).

Apart zij nog opgemerkt dat een uniforme convergentie niet automatisch behoeft te volgen uit het feit dat de functie op een bepaald gebied geen singulariteiten heeft, als zulks in een bepaald geval zou gelden is zeker nadere toelichting nodig.

Neem b.v. de machtreeks
$$\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$$

[niet Deze convergeert uniform op elke cirkelschijf $|z| \leq r$ ($r < 1$), doch convergeert [uniform op de open cirkelschijf $|z| < 1$, ofschoon de functie daar geen singulariteiten heeft.

Hoewel de laatste passus slaat op de argumentatie onder (23) is hij ook illustratief met betrekking tot de redenering bij (25), die thans aan de orde komt. De Laurent-ontwikkeling (25) is weliswaar uniform convergent op elke ring $\delta < |z| \leq 2|\omega_{\min}| - \varepsilon$ met constante $\delta > 0$ en $\varepsilon > 0$, doch dit impliceert niet dat dit ook zo is op de open ring $0 < |z| < 2|\omega_{\min}|$ (zie het bovengenoemde voorbeeld van de mettk. reeks, dat ook nog door geraffineerder voorbeelden kan worden vervangen, waarbij men op het eerste gezicht niet zou twijfelen aan uniforme convergentie).

Nemen wij aan dat formule (25) inderdaad de eigenschappen heeft die haar in het manuscript worden toegekend, dan nog is het Levelt en mij niet duidelijk wat er in het vervolg met die formule gebeurt. Bijvoorbeeld enkele vragen: wat wordt verstaan onder uniforme convergentie van een dubbelreeks (p. 10 regel 9 v.o.)? Het "obviously" (p. 10 regel 4 v.o.) is niet duidelijk. Moet op p. 10 regel 5 v.o. (24) worden vervangen door (28)? De uitspraak dat de eerste integraal in (29) uniform naar nul gaat als $n \rightarrow \infty$ is wel juist, maar geen gevolg van de Riemann-Lebesgue-stelling (dese laat zich niet over uniformiteit uit). De gehele paragraaf 5 zou met weinig moeite kunnen worden gewijzigd zo, dat de onderstreepte stelling op p. 9 juist blijkt met weglating van het woord uniform. Wil men het resultaat in zijn volle omvang handhaven, dan zijn andere hulpmiddelen noodzakelijk. Levelt en van Herk hebben die zaak onderzocht en zouden wel in staat zijn een dergelijk bewijs te leveren. Er zijn dus 3 mogelijkheden:

a) Weglating van par. 5, om daar later op terug te komen, al dan niet in samenwerking met Levelt of van Herk.

b) Het in orde maken van par. 5 in de zwakke vorm, dus zonder uniformiteit.

c) Het geheel in orde maken van par. 5 in sterke vorm, alvorens het artikel gedrukt wordt.

Dit laatste zou desgewenst eventueel ook in samenwerking kunnen geschieden.

M. v. p.
J.F.K.